

目次

1.円運動.....	4
1.1 円運動とは.....	4
1.2 等速円運動.....	4
1.3 等速でない円運動.....	8
1.4 「～のための条件」問題の解法.....	12
1.5 円運動のまとめ.....	16
2.単振動.....	18
2.1 等速円運動との関係.....	18
2.2 単振動の力学的エネルギー保存則.....	20
2.3 sin で表されない単振動.....	22
2.4 鉛直ばねの解法.....	24
2.5 2点間の移動にかかる時間.....	28
2.6 固定されていない物体のある単振動.....	28
2.7 単振動のまとめ.....	30
3.演習問題.....	32

1. 円運動

1.1 円運動とは

(定義) 円周上または円周の一部 (以下、円弧という) を動く運動

2次元の運動である (放物運動と同じ。等速直線運動や等加速度運動は1次元)

円弧の中心からの距離は常に一定: 半径 r

1.2 等速円運動

(定義) 速さが一定である円運動

速度一定ではないことに注意

1.2.1 速度を求めよう

円運動する物体が、 Δt 秒間に点 A から点 B まで $\Delta\theta$ ラジアンだけ回ったとする。

このとき、2点間の平均速度はベクトルを用いて、

$$\vec{v}_{AB} = \frac{\vec{AB}}{\Delta t}$$

と表せる。その大きさが速さにあたるので、 $\Delta\theta$ が十分小さい時、

$$v_{AB} = \frac{|\vec{AB}|}{\Delta t} \approx \frac{\widehat{AB}}{\Delta t} = \frac{r\Delta\theta}{\Delta t}$$

と近似できる。点 A における瞬間の速さ v は、 $\Delta t \rightarrow 0$ の極限をとって、

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{AB} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{r\Delta\theta}{\Delta t} = r \frac{d\theta}{dt}$$

ここで、角速度 ω を

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

で定義すれば、 v が一定となるには ω が常に一定である必要がある。

つまり、等速円運動とは、角速度 ω が一定値であるような円運動である。

速度の向きはどうだろうか。 $\Delta t \rightarrow 0$ の極限を取ると、点 B は点 A へと円弧上を動いて近づくと、 \vec{AB} の向きは接線方向に近づく。よって点 A における瞬間の速度は、

Δt を小さく = $\Delta\theta$ を小さく
 $\Delta\theta$ $\vec{AB} \approx r\Delta\theta$
 $\vec{v}_{AB} \approx \frac{r\Delta\theta}{\Delta t}$

もっと小さく
 $\vec{v}_{AB} \approx \frac{r\Delta\theta}{\Delta t} \approx \frac{r\Delta\theta}{\Delta t}$

ω が一定でない運動とは?
 θ vs t graph: 各点での傾きが $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

ω が一定な運動
 θ vs t graph: 傾き ω が一定

速さ $v=r\omega$ 、向きは点Aにおける接線向き
 と言える。

1.2.2 角速度、周期、回転数

角速度 ω は、厳密には θ が増加するなら正、減少するなら負であるが、通常は θ が増加する方向を角度の正の向きとして、 ω が正の定数となるようにする。

定義より、 $\Delta\theta = \omega \Delta t$ である。

ω が一定であるとき、円運動に周期と回転数が定義できる。

周期 T : 円を1周するのにかかる時間

周期 T には2通りの求め方がある。角速度 ω で時間 T かけて進む角度は1周すなわち 2π であるから、

$$2\pi = \omega T$$

また、速さ v で時間 T かけて進む距離は円周すなわち $2\pi r$ であるから、

$$2\pi r = vT$$

この2式は $v=r\omega$ を考えれば同じ関係である。

回転数 f : 単位時間あたり円を何周したか

$$f = \frac{1}{T}$$

1.2.3 加速度を求めよう

点Aから点Bまで $\Delta\theta = \omega \Delta t$ 回る間に速度が \vec{v}_1 から \vec{v}_2 に変化したとする。この2つのベクトルを始点を揃えて図のように点P, Q, Rをおけば、その間の平均加速度は、

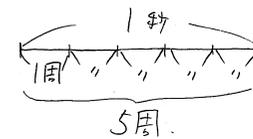
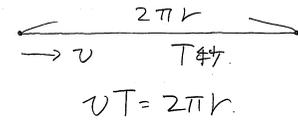
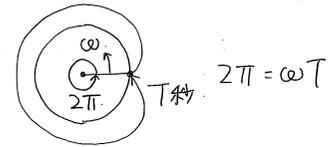
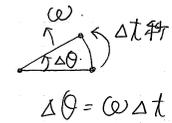
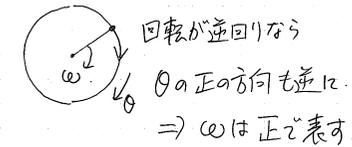
$$\vec{a}_{AB} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\vec{QR}}{\Delta t}$$

与えられるが、これは速度を求めた時と同じ中心角 $\Delta\theta$ の円弧で、半径を r から

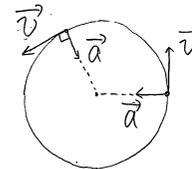
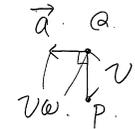
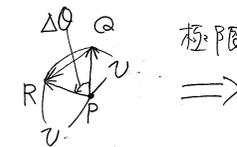
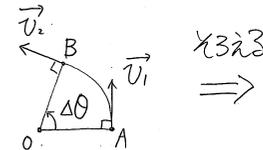
$$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$$

に変えたものに他ならないから、点Aにおける瞬間の加速度は

大きさ $a = v\omega$ 、向きは \vec{v}_1 と直交つまり中心向きとなる。



$T = 0.2$ なら、 $f = 5$ 、 $f = \frac{1}{T}$



$$\begin{aligned} a &= v\omega && : r \text{ が 未知 なとき} \\ &= r\omega^2 && : v \text{ が 未知 なとき} \\ &= \frac{v^2}{r} && : \omega \text{ が 未知 なとき} \end{aligned}$$